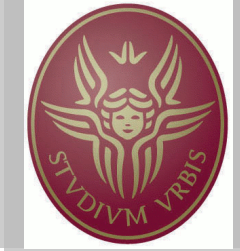


Lezione 12

Enrico Rogora
rogora@mat.uniroma1.it

Università di Roma

27 Marzo 2017 - Roma

Lezione 12

Enrico Rogora

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

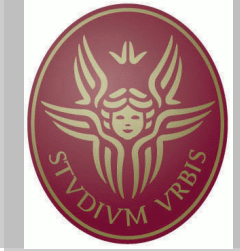
Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli

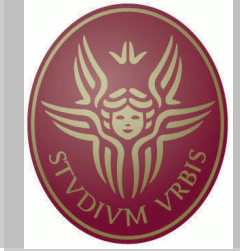
Il rinascimento (1400-1600)



Fattori che contribuiscono a spiegare un'accelerazione negli interessi scientifici a partire dal XV secolo

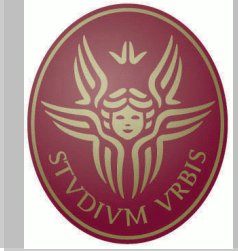
- Ricchezza accumulata in Italia dalla borgesia mercantile.
- Emergere di una mentalità pratica capace di affermazione economica.
- Contatti con Costantinopoli (Bisanzio) - alla caduta di Costantinopoli (1453) intellettuali e manoscritti, di qualità superiore a quelli precedenti, arrivarono in Europa, in particolare in Italia.
- Invenzione della stampa, intorno al 1450, da parte di Gutenberg.
- Viaggi extraeuropei portano nuove conoscenze (1492, viaggio di Colombo).

Fermenti culturali



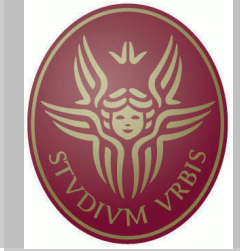
- Si riscopre la cività greca con i suoi valori di libertà e fiducia nel libero pensiero che contrasta profondamente con i valori della chiesa.
- Si riscopre Platone, che afferma l'importanza della matematica.
- Si afferma l'idea che la comprensione della natura passa attraverso la determinazione di leggi quantitative.
- Si afferma in diversi ambienti che Dio è matematico e la Creazione segue le leggi della matematica e pertanto lo studio della natura comporta la rivelazione del grande disegno divino e quindi gli scienziati affermano che la ricerca scientifica non è incompatibile con la fede.

La diffusione della cultura



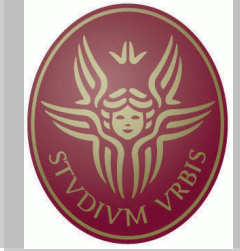
- La nuova borgesia mercantile non conosce il latino nè il greco. Si preparano traduzioni in volgare di opere classiche, letterarie e scientifiche.
- Tartaglia traduce gli Elementi di Euclide in volgare, Galileo scrive in italiano, Descartes scrive in francese.
- Vengono fondate biblioteche pubbliche ed accademie.
- L'accademia dei lincei promuove incontri pubblici e traduzioni in volgare di testi latini.
- Le università restano confessionali e sono il baluardo del dogmatismo teologico e scolastico.
- La cultura rinascimentale è un guazzabuglio intriso di magia, superstizione, antiche suggestioni, moderni dogmatismi, aneliti di libertà, grandi paure e tanta curiosità.

Pittori del rinascimento e prospettiva I



- I pittori italiani furono i primi a mostrare un rinnovato interesse nella natura.
- Liberi dai condizionamenti dell'istruzione religiosa, furono impiegati quali pittori, architetti, progettisti di canali, ponti e macchine da guerra. Furono naturalmente portati a riflettere su tecnica, disegno, matematica e loro interazioni.
- Primo problema: rappresentazione della realtà tridimensionale su un foglio bidimensionale. Nel quattrocento si comprese che per una soddisfaciente soluzione era necessaria la **geometria**.
- Brunelleschi fu il primo a studiare matematicamente la prospettiva e ad insegnare i suoi principi a Donatello, Masaccio, Filippo Lippi e altri.

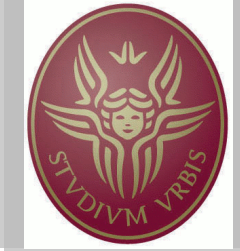
Pittori del rinascimento e prospettiva II



- I teorici della prospettiva matematica furono Leon Battista Alberti, Piero della Francesca e Luca Pacioli.
- Prospettiva e matematica. Quali proprietà si preservano per proiezione e sezione? Da domande di questo genere, poste già da Leon Battista Alberti, si svilupperà la geometria proiettiva con Desargues, Pascal, Monge, Poncelet, ecc,

La città ideale

Centralità dei numeri



- Attività commerciali e bancarie
- Scuole d'abaco
- Carattere mistico
- Carattere operativo

Progressive difficoltà di accettazioni: numeri razionali; numeri irrazionali (surdi), numeri complessi (immaginari), numeri negativi (falsi).
Algebra dei numeri vs Algebra delle proporzioni.
Importanza della notazione posizionale per esprimere numeri grandi e approssimazioni decimali. Importanza del simbolismo: nuovi segni per operazioni e radici, che danno concretezza ai numeri surdi.

Lezione 12

Enrico Rogora

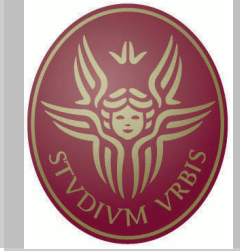
Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro
Tartaglia
Cardano
Ferrari
Bombelli

Analisi e sintesi



- Geometria, sintesi, capacità dimostrativa.
- Numeri, analisi, capacità algoritmica.
- Sviluppo della Geometria numerica: ad ogni grandezza un numero e viceversa.
- Introduzione delle lettere per indicare variabili e costanti. François Viète (1540–1603) e Marino Ghetaldi (1566–1627).
- Transizione dalla algebra numerica all'algebra speciosa, cioè delle forme. Preludio alla geometria analitica.

Lezione 12

Enrico Rogora

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

Tartaglia

Cardano

Ferrari

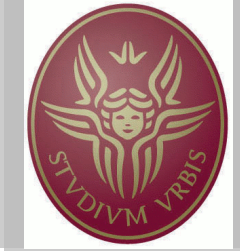
Bombelli

I protagonisti

Figura: Tartaglia sin. – Cardano dx

Scipione dal Ferro (1465–1526); Niccolò Fontana detto Tartaglia (1500–1557); Gerolamo Cardano (1501–1576), Lodovico Ferrari (1522 – 1565); Rafael Bombelli (1526–1572).

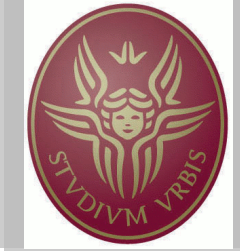
Scipione dal Ferro I



Il bolognese Scipione dal Ferro trova la regola per risolvere una classe di equazioni di terzo grado $x^3 + mx = n$ e forse anche $x^3 = mx + n$ (m e n numeri positivi). Non la pubblica e la trasmette ai suoi allievi: Antonio Maria del Fiore; Annibale della Nave; Pompeo Bolognetti.

Il capitolo di cose e cubo eguale a numero. Quando le cose e li cubi si aguagliano al numero $[ax + bx^3 = c]$ *ridurrai la equazione a 1 cubo* $[x^3 + px = q]$*: partendo per la quantità delli cubi* $[p := b/a, q := c/a]$*, poi cuba la terza parte delle cose* $[(p/3)^3]$*, poi quadra la metà dil numero* $[(q/2)^2]$ *e questo summa con il detto cubato, et la radice quadra di detta summa più la metà del numero fa binomio* $[\sqrt{(p/3)^3 + (q/2)^2} + q/2]$ *et la radice cuba di tal binomio* $[\sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3 + (q/2)^2} + q/2}]$

Scipione dal Ferro II



men la radice cuba dil suo residuo $[\sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3+(q/2)^2}-q/2}]$ *val la cosa.*

Cioè, una soluzione di $x^3+px=q$ $(p,q>0)$*, è*

$$x=\sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3+(q/2)^2}+q/2}-\sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3+(q/2)^2}-q/2}.$$

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

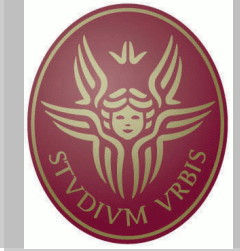
Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli

Tartaglia



Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

Tartaglia

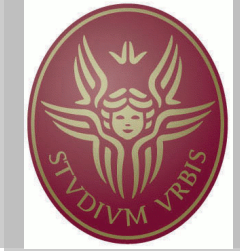
Cardano

Ferrari

Bombelli

- 1512, Ferito gravemente durante il saccheggio di Brescia
- Studia a Padova con un mecenate, insegna matematica a Verona e a Venezia (dal 1534). La sua fama nei dibattiti cresce gradualmente
- 1535, Dal Fiore, che sapeva risolvere le equazioni $x^3 + ax = b$ sfida Tartaglia, che sapeva risolvere le equazioni $x^3 + ax^2 = b$. La sfida prevedeva 30 equazioni proposte da ciascun matematico all'altro. Prima della sfida Tartaglia scopre come risolvere le equazioni del suo opponente e vince la sfida.
- Cardano cerca di convincere Tartaglia a rivelargli la formula risolutiva.
- Nel Marzo 1539 Tartaglia rivela a Cardano la formula, facendo giurare di non rivelarla.

Il capitolo di Tartaglia



Quando chel cubo con le cose appresso
se agguaglia a qualche numero discreto
trouan due altri differenti in esso
Dapoi terrai questo per consueto
che'l lor producto sempre sia eguale
al terzo cubo delle cose.
El residuo poi suo generale
delli lor lati cubi ben sottratti
varra' la tua cosa principale

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

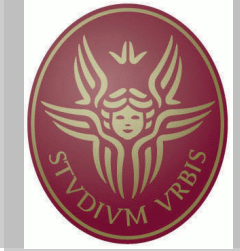
Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli

Cardano



- Matematico, medico, astrologo e baro.
- Tuttologo, pubblica su argomenti scientifici e parascientifici: sulla risoluzione delle equazioni di terzo grado, su angeli e demoni, su come vincere ai dadi, su questioni mediche, ecc.
- Condannato dall'inquisizione per eresia perché si azzardò a fare l'oroscopo a Gesù.
- Per Cardano la matematica non è un metodo ma un talento magico.
- Giura di non rivelare la formula ricevuta da Tartaglia ma nel 1539 viene a sapere che già Scipion dal Ferro la conosceva, almeno parzialmente.
- 1545, pubblica l'Ars Magna dove raccoglie i risultati sulle equazioni di terzo e quarto grado.
- Cardano considera numeri negativi e radici di numeri negativi, senza sviluppare una teoria generale. (Cfr Cap. XXXVII dell'Ars Magna). Cfr. [Giaq] p. 184.

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

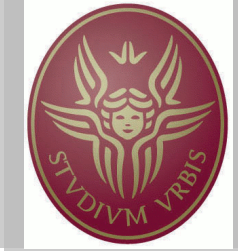
Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli

Ars Magna: Le equazioni di terzo e quarto ordine



Scipione dal Ferro bolognese, trovò ai tempi nostri il capitolo di *cubo* e *cose* eguali a numero, cosa veramente bella e ammirevole. Tale arte, dono veramente divino, superando ogni umana sottigliezza e lo splendore di ogni mortale ingegno, è prova del valore delle menti, cosa tanto meravigliosa che chi l'abbia raggiunta, può credere che nulla gli sia negato di superare. Per emulazione verso costui, Nicolò Tartaglia da Brescia, amico nostro, essendo entrato in disputa con Anton Maria Florido, discepolo del dal Ferro, per vincere la disputazione trovò lo stesso capitolo, e lo confidò a me, che con insistenti preghiere ne lo aveva richiesto. Invero, ingannato dalle parole di Luca Paciolo, il quale nega che all'infuori dei suoi capitoli ne possa esistere alcun altro generale, benchè la scoperta avesse potuto essere agevolata da tante altre cose che già avevo ritrovate, tuttavia disperavo di trovare ciò che non osavo ricercare. Avuto poi quel capitolo, e trovatane la dimostrazione, compresi che se ne potevano ricavare molte altre cose, ed, aumentata in me fiducia, trovai tali cose, in parte da me, in parte per opera di Lodovico Ferrari, già mio discepolo.

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

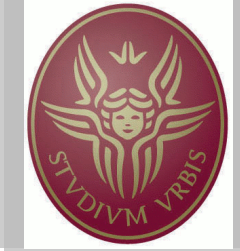
Tartaglia

Cardano

Ferrari

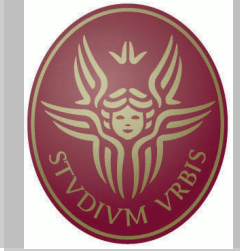
Bombelli

Ferrari



- A quattordici anni entra al servizio di Cardano che si accorge della sua grande intelligenza e gli insegna la metematica.
- 1541 Cardano lascia a Ferrari l'insegnamento di matematica al collegio Piatti.
- Cardano e Ferrari compiono notevoli progressi nello studio delle equazioni di terzo e quarto grado, per le quali Ferrari scopre le formule risolutive.
- Aspra polemica con Tartaglia (Cartelli).
- 1548 Ferrari sconfigge Tartaglia nella pubblica disputa a Milano
- La sua fama continua a crescere e viene chiamato all'Università di Bologna
- Muore a 43 anni, forse avvelenato dalla sorella.

Dal secondo dei cartelli matematici di Ferrari contro Tartaglia



Se proverò, cosa che a te è più chiaro che la luce, che noi non ignoravamo che quella non era una tua invenzione. Se non concedi a Cardano per la tua [invenzione], permetterai ora almeno che si insegni, ciò che è stato inventato da altri?
[. . .]
Cardano ricevette da te quella invenzioncella del cubo e lato uguale a numero che, per rianimarla dalla morte cui era vicino, inserì, quale languente e semimorta pianticella, in un amplissimo, feracissimo e bellissimo orto, nel suo sottilissimo e eruditissimo suo volume; ti celebrò quale inventore e ricordò di averti molto pregato perché la confidassi a lui. Che cosa vuoi di più?

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

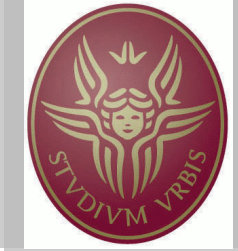
Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli

Dal secondo dei cartelli matematici di Tartaglia in risposta a Ferrari



Ben mi meraviglio di voi e di lui (perché so che voi parlate per bocca sua) che habbiati ardire di humiliare tanto di detta mia inventione, con la quale vi haveti pensato di farvi immortali. Non vedeti voi che eglie cosa nota a caduno intelligente, e lui medesimo Cardano lo confessa in detta opera che tale mia inventione è l'anima di detto suo volume. Non vedeti voi che cavandola detta mia pianta del detto vostro giardino, tal vostro giardino resteria una oscura selva. Perché tutte le altre cose sostantiale derivano da detta mia pianta. Et tamen el non se vergogna de dire nella detta sua opera, che tutti li altri capitoli che si trovano oltre il mio esser tutte sue e vostre inventioni le quali erano state da me invente, e ritrovate già 5 anni avanti che gli insegnasse a lui tal mia particolarità.

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

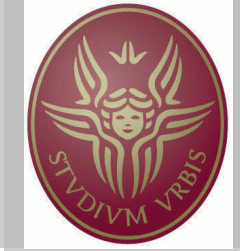
Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli

Come è stata scoperta la formula risolutiva?



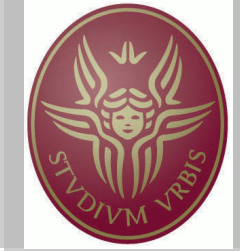
Cercando uguaglianze del tipo $\sqrt[3]{\sqrt{a} \pm b} = \sqrt{x} \pm y$? generalizzando formule di Fibonacci o Regiomontano? Per tentativi? Cercando soluzioni del tipo $x = \sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$? Seguendo l'ultima ipotesi, sostituendo nell'equazione $x^3 + px = q$, otteniamo $a - b - (3\sqrt[3]{a^2} - p)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) = q$, che dà luogo al sistema

$$\begin{cases} 3\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b} &= p \\ a - b &= q \end{cases}$$

da cui

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2} - \frac{q}{2}}$$

Il caso irriducibile



il caso irriducibile di un'equazione di terzo grado è quello per cui il radicando

$$\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$$

della radice quadrata nella formula di Cardano è negativo.
Il caso irriducibile venne in un primo momento tralasciato, ma già Cardano si accorse che operando sule radici di numeri negativi come se fossero numeri qualsiasi, si potevano ottenere soluzioni dell'equazione, anche si riteneva tali soluzioni sofistiche. Cfr. [Giaq.] p. 184.
Fu Bombelli che sviluppò un approccio coerente e completo ai numeri immaginari e ai numeri negativi. Bombelli può a ben diritto essere considerato lo scopritore dei numeri immaginari.

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

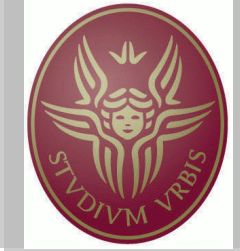
Tartaglia

Cardano

Ferrari

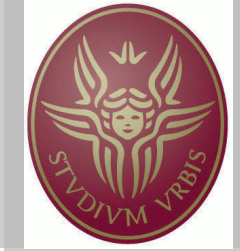
Bombelli

Bombelli



- Studia le opere di Cardano e Tartaglia e segue le polemiche tra Tartaglia e Ferrari.
- Segue le bonifiche delle paludi di Foligno.
- Si trasferisce a Roma. dove incontra Antonio Maria Pazzi, con cui traduce i primi cinque capitoli delle Coniche di Diofanto.
- 1572, pubblica i primi tre volumi dell'Algebra.
- 1923, ritrivamento dei manoscritti degli ultimi due volumi.
- Estratti, [Giaq] pp. 184 – 187.

Contributi all'algebra



- dDal Ferro, soluzioni di $x^3 + px = q$ $(p, q > 0)$.
- Tartaglia, soluzioni di $x^3 = px + q$ e $x^3 + q = px$ e, indipendentemente, di $x^3 + px = q$ $(p, q > 0)$. Salvo il caso **irriducibile** (quando nella formula appaiono radici quadrate di numeri negativi).
- Cardano, dimostrazione geometrica delle formule risolutive. Tratta anche numeri negativi e immaginari, estendendo le regole di calcolo, pur di arrivare alla fine a soluzioni positive.
- Ferrari, formule per le equazioni di quarto grado.
- Bombelli, sviluppa l'algebra dei numeri immaginari, risolve il caso irriducibile e afferma l'autonomia dell'algebra dalla geometria.
- Viete, nella sua algebra speciosa introduce le lettere per indicare i coefficienti e non solo le incognite. Le lettere per Viete, denotando grandezze geometriche, stabiliscono una corrispondenza tra equazioni e geometria, che apre la strada alla **geometria analitica**.

Il rinascimento

Pittori e prospettiva

Gli algebristi italiani

Scipione dal Ferro

Tartaglia

Cardano

Ferrari

Bombelli